Verbetersleutel HW

1 B

2 A

3 D

4 D

5 B

6 D

7 D

8 D

9 C

10 D

11 B

12 B

13 A

14 C

15 B

16 B

17 A

18 A

19 C

20 C

21 D

22 D

23 A

24 B

25 A

26 B

27 A

28 B

29 B

30 B

Oplossingen

1 De vergelijking is van de vorm $y = a(x+1)(x-5)$, uitdrukken dat $(2,9)$ een punt is van de grafiek geeft $a = -1$. Als je dit invult, bekom je $y = -1 \cdot (x+1)(x-5) = -x^2 + 4x + 5$.

2 We lossen de ongelijkheid als volgt op:

$$\begin{aligned} -2x - 7 &\geq 3x + 8 \\ -2x - 3x &\geq 8 + 7 \\ -5x &\geq 15 \\ x &\leq \frac{15}{-5} \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

3 Afname met 30%: $x - 0.30x = 0.70x$ dus vermenigvuldigen met 0.7.

4 Om twee breuken bij elkaar op te tellen, moet de noemer gelijk zijn. De gelijke noemer kan hier abc zijn, daarom moet in de eerste breuk teller en noemer vermenigvuldigd worden met c en de tweede breuk met a. Zo bekom je het antwoord: $\dfrac{c^2}{abc} + \dfrac{a^2}{abc} = \dfrac{c^2 + a^2}{abc}$.

5 De rechte $y = -2ax + b$ heeft inderdaad hetzelfde snijpunt met de y-as als de rechte $y = ax + b$ en de richtingscoëfficiënt wordt vermenigvuldigd met -2. Aangezien de oorspronkelijke rechte een dalende rechte is, wordt de nieuwe rechte een stijgende rechte die steiler is. Daarnaast blijft het snijpunt met de y-as hetzelfde, nl. $(0, b)$. Daarom is rechte L het juiste antwoord.

6 De voorwaarde leidt tot de vergelijking: $2b^2 - 2ab = 0$ en dit is voldaan als $b = a$ of $b = 0$.

7 Om de mediaan te bepalen, schrijf je alle scores van klein naar groot en neem je het middelste cijfer. Dit blijkt 13 te zijn. Liam had oorspronkelijk een score van 18, dit stond rechts van de mediaan in het rijtje, als deze score wijzigt naar 15, dan blijft deze nog altijd rechts van het rijtje staan aangezien dit groter is dan 13. Daarom blijft de mediaan onveranderd.

8 Dit volgt uit de definitie van een logaritme.

9 Je kan berekenen dat $f(3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$ en dat $f(7) = 3 \cdot 7 - 2 = 19$ dus $y = f(f(3)) = f(7) = 19$.

10 Je kan de teller van de breuk nog wel herschrijven naar $(m-1)^2$ maar de noemer kan niet ontbonden worden in factoren. Hierdoor kan je de breuk niet verder vereenvoudigen.

11 Een rechte evenwijdig met de x-as is een horizontale rechte. Elk punt op de rechte heeft éénzelfde y-waarde. Aangezien de y-waarde van het punt $(-3, 2)$, 2 is, is de vergelijking van de rechte: $y = 2$.

12 Stel het stelsel op met t de prijs van een taart en c de prijs van een cupcake:

$$\begin{cases} 2t + 10c = 30 \\ 3t + 20c = 48 \end{cases}$$

We lossen dit stelsel op en bekomen dat $t = 12$ en $c = 0.60$. Je betaalt dus 13.2 euro voor 1 taart en 2 cupcakes.

13 Je kan de grafiek van een functie op verschillende manieren herkennen.
Je kan bijvoorbeeld een x-waarde invullen en kijken welke functiewaarde hierbij hoort. $x = 0$ geeft bijvoorbeeld $f(x) = 2^0 - 1 = 1 - 1 = 0$, hierdoor weet je dat de grafiek door de oorsprong gaat. Aangezien grafiek A de enige is die door de oorsprong gaat, is dit de juiste oplossing.

14 Als je de leeftijd van Hanne nu x noemt en de leeftijd van Jan nu y dan heb je volgende verbanden: $\begin{cases} 3(x-10) = y - 10 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$. Wanneer je $y = 2 + 2x$ invult in de eerste vergelijking en dan de eerste vergelijking oplost naar x dan bekom je dat $x = 22$, dit is dan eveneens de leeftijd van Hanne nu.

15 De algemene vergelijking van een cirkel met middelpunt (x_M, y_M) en straal R is:

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = R^2$$

Dus als we de gegevens invullen dan bekomen we:

$$(x - (-3))^2 + (y - 5)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

16 $\ln\left(\sqrt[3]{\frac{x}{10}}\right) \Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{x}{10}\right)^{\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{3} \cdot \ln\left(\frac{x}{10}\right) = \frac{1}{3} \cdot (\ln x - \ln 10) = \frac{1}{3}\ln x - \frac{1}{3}\ln 10.$

17 De eerste twee stelsels hebben allebei eenzelfde oplossing (namelijk het punt $(x, y) = (2, 1)$). Dit punt behoort ook tot de oplossingenverzameling van het derde stelsel. In het derde stelsel is de tweede vergelijking echter het dubbele van de eerste. De twee vergelijkingen zijn dus gelijkwaardig. Het derde stelsel heeft dus (behalve het punt $(x, y) = (2, 1)$) nog oneindig veel andere oplossingen.

18 De omtrek van een driehoek bereken je door de lengte van de drie zijden op te tellen. De bovenste zijde is $4x$ lang en de zijde rechts is $3x$ lang. Om de lengte te bekomen van de schuine zijde, kunnen we de stelling van Pythagoras toepassen aangezien deze driehoek een rechte hoek heeft. Dit wordt: $z^2 = (4x)^2 + (3x)^2 \Leftrightarrow z = \sqrt{25x^2} = 5x$. Als we de drie lengten optellen bekomen we de omtrek: $12x$.

19 De voorwaarde is $\frac{x^2-1}{x+2} \geq 0$ (en dus $x + 2neq0$). Het tekenschema ziet er als volgt uit:

x		-2		-1		1	
$x^2 - 1$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\frac{x^2-1}{x+2}$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hieruit volgt dat het domein van $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+2}}$ gelijk is aan $]-2, -1] \cup [1, +\infty[$.

20 Als je volgende gelijkheid als volgt omvormt, bekom je x:

$$y = 5\mathrm{e}^x \Leftrightarrow \frac{y}{5} = \mathrm{e}^x \Leftrightarrow \ln\frac{y}{5} = \ln \mathrm{e}^x \Leftrightarrow \ln\frac{y}{5} = x$$

21 De nulpunten van de veelterm vind je door de vergelijking $(x + 1)(2x^2 + 7x - 4) = 0$ op te lossen. De eerste factor geeft het nulpunt $x = -1$. De discriminant van de tweedegraadsveelterm is 81 en deze heeft dus nulpunten $x = \frac{1}{2}$ en $x = -4$. De veelterm heeft dus drie nulpunten en $x = \frac{1}{2}$ is één ervan.

22 a kan als volgt vereenvoudigd worden:

$$a = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{128}}{\sqrt[6]{32}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{2^7}}{\sqrt[6]{2^5}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{7}{2}}}{2^{\frac{5}{6}}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{7}{2}-\frac{5}{6}} = 2^{\frac{2}{6}+\frac{21}{6}-\frac{5}{6}} = 2^{\frac{18}{6}} = 2^3$$

Bijgevolg is $\sqrt{a}$ gelijk aan $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$.

23 We lossen eigenlijk volgende ongelijkheid op met x het aantal kilometers:

$$\begin{aligned} 3 + 0.75 \cdot x &< b + 0.65 \cdot x \\ 0.75x - 0.65x &< b - 3 \\ 0.10x &< b - 3 \\ x &< \frac{b-3}{0.1} \\ x &< 10(3-b) \end{aligned}$$

Dus enkel voor afstanden kleiner dan $10(b-3)$ km.

24 $f'(x) = \frac{2x}{2} - 2 = x - 2$ dus $f'(4) = 4 - 2 = 2$

25 We kunnen de oppervlakte bijvoorbeeld als volgt berekenen: oppervlakte van het vierkant - oppervlakte van de 'witte' rechthoek die eruit is gelaten
oppervlakte van het vierkant $= 10 \cdot 10 = 100$
oppervlakte van de 'witte' rechthoek die eruit is gelaten $= b \cdot h = (10-2x)(10-x) = 100 - 30x + 2x^2$
Je rekent uit en je bekomt: $100 - (100 - 30x + 2x^2) = 30x - 2x^2$.

26 De afstand tussen twee punten (x_1, y_1) en (x_2, y_2) volgt uit de stelling van Pythagoras: $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$. Als we de punten hier invullen, dan bekomen we de straal:

$$r = \sqrt{(1-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

27 Om de snijpunten te bekomen, stel je beide functies aan elkaar gelijk en herschrijf je dit naar de volgende tweedegraadsvergelijking waarvan je de nulpunten zoekt: $x^2 = \frac{x^2}{2} + 2x - 4 \Leftrightarrow 0 = -\frac{x^2}{2} + 2x - 4$. Aangezien de discriminant negatief is, heeft deze functie geen nulpunten en hebben de twee parabolen dus geen snijpunten.

28 Het komt neer op het zoeken van x zodanig dat $1278 + x = 5(238 + x)$, wat $x = 22$ oplevert.

29 Je kan de vergelijking van een rechte op verschillende manieren bekomen. Let op: q staat op de y-as en p op de x-as. Je hebt de snijpunten met de assen gegeven: $(p_1, q_1) = (16, 0)$ en $(p_2, q_2) = (0, 12)$. Je vult dit in de vergelijking van de rechte:

$$q - q_1 = \frac{q_2 - q_1}{p_2 - p_1}(p - p_1) \Leftrightarrow q - 0 = \frac{12 - 0}{0 - 16}(p - 16) \Leftrightarrow q = \frac{-3}{4}(p - 16) \Leftrightarrow p = \frac{-4}{3}q + 16$$

30 Je wilt eigenlijk weten wanneer de afstand tussen Steven en Theo gelijk is aan 1500 meter. Per 10 minuten vergroot de afstand met 240 meter. Dus je weet na 60 minuten is de afstand tussen Steven en Theo gelijk aan 1440 $(6 \cdot 240)$ meter. Nog 60 meter is er nodig om tot aan 1500 meter te komen, hier doen ze één vierde van 10 minuten over, dus 150 seconden. In totaal hebben ze 3600 (60 minuten) en 150 seconden nodig, dit zijn dus 3750 seconden.