# Verbetersleutel (T)EW

**1** B

**2** A

**3** D

**4** D

**5** B

**6** D

**7** D

**8** C

**9** D

**10** D

**11** A

**12** C

**13** D

**14** C

**15** B

**16** B

**17** A

**18** A

**19** B

**20** C

**21** D

**22** B

**23** A

**24** B

**25** A

**26** C

**27** A

**28** B

**29** D

**30** C

# Oplossingen

**1** De vergelijking is van de vorm $y = a(x+1)(x-5)$, uitdrukken dat $(2,9)$ een punt is van de grafiek geeft $a = -1$. Als je dit invult, bekom je $y = -1 \cdot (x+1)(x-5) = -x^2 + 4x + 5$.

**2** We lossen de ongelijkheid als volgt op:

$$\begin{aligned} -2x - 7 &\geq 3x + 8 \\ -2x - 3x &\geq 8 + 7 \\ -5x &\geq 15 \\ x &\leq \frac{15}{-5} \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

**3** Afname met 30%: $x - 0.30x = 0.70x$ dus vermenigvuldigen met 0.7.

**4** Om twee breuken bij elkaar op te tellen, moet de noemer gelijk zijn. De gelijke noemer kan hier $abc$ zijn, daarom moet in de eerste breuk teller en noemer vermenigvuldigd worden met $c$ en de tweede breuk met $a$. Zo bekom je het antwoord: $\dfrac{c^2}{abc} + \dfrac{a^2}{abc} = \dfrac{c^2 + a^2}{abc}$.

**5** De rechte $y = -2ax + b$ heeft inderdaad hetzelfde snijpunt met de $y$-as als de rechte $y = ax + b$ en de richtingscoëfficiënt wordt vermenigvuldigd met $-2$. Aangezien de oorspronkelijke rechte een dalende rechte is, wordt de nieuwe rechte een stijgende rechte die steiler is. Daarnaast blijft het snijpunt met de $y$-as hetzelfde, nl. $(0, b)$. Daarom is rechte $L$ het juiste antwoord.

**6** De voorwaarde leidt tot de vergelijking: $2b^2 - 2ab = 0$ en dit is voldaan als $b = a$ of $b = 0$.

**7** $a$ kan als volgt vereenvoudigd worden:

$$a = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{128}}{\sqrt[6]{32}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{2^7}}{\sqrt[6]{2^5}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{7}{2}}}{2^{\frac{5}{6}}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{7}{2}-\frac{5}{6}} = 2^{\frac{2}{6}+\frac{21}{6}-\frac{5}{6}} = 2^{\frac{18}{6}} = 2^3$$

Bijgevolg is $\sqrt{a}$ gelijk aan $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$.

**8** Als je volgende gelijkheid als volgt omvormt, bekom je $x$:

$$y = 5\mathrm{e}^x \Leftrightarrow \frac{y}{5} = \mathrm{e}^x \Leftrightarrow \ln\frac{y}{5} = \ln \mathrm{e}^x \Leftrightarrow \ln\frac{y}{5} = x$$

**9** $\log\left(\dfrac{x^2\sqrt{y}}{z}\right) = 2\log x + \frac{1}{2}\log y - \log z = \dfrac{1}{2}$

**10** Een getal is deelbaar door 3 als de som van de cijfers van het getal dat is. Daar $1+2+3+4+5 = 15$ deelbaar is door 3 zijn alle getallen zo gevormd deelbaar door 3 dus 100%.

**11** We lossen eigenlijk volgende ongelijkheid op met $x$ het aantal kilometers:

$$\begin{aligned} 3 + 0.75 \cdot x &< b + 0.65 \cdot x \\ 0.75x - 0.65x &< b - 3 \\ 0.10x &< b - 3 \\ x &< \frac{b-3}{0.1} \\ x &< 10(3-b) \end{aligned}$$

Dus enkel voor afstanden kleiner dan $10(b-3)$ km.

**12** Je kan berekenen dat $f(3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$ en dat $f(7) = 3 \cdot 7 - 2 = 19$ dus $y = f(f(3)) = f(7) = 19$.

**13** De vergelijking van de cirkel met middelpunt $(a, -1)$ en straal $R$ wordt gegeven door $(x-a)^2 + (y+1)^2 = R^2$. We zoeken $a$ en $R$. We weten dat $(x, y) = (0, \sqrt{3} - 1)$ een punt op de cirkel is zodat $a^2 + 3 = R^2$ en ook het punt $(x, y) = (1, 1)$ ligt op de cirkel: $(1-a)^2 + 4 = R^2$. Na aftrekken van beide vergelijkingen vinden we $a = 1$, waaruit de straal volgt: $R = 2$.

**14** Als je de leeftijd van Hanne nu $x$ noemt en de leeftijd van Jan nu $y$ dan heb je volgende verbanden: $\begin{cases} 3(x-10) = y - 10 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$. Wanneer je $y = 2 + 2x$ invult in de eerste vergelijking en dan de eerste vergelijking oplost naar $x$ dan bekom je dat $x = 22$, dit is dan eveneens de leeftijd van Hanne nu.

**15** Voor negatieve $a$ is $\sqrt{(2a-1)^2} = -(2a-1)$, $\sqrt[3]{a^9} = a^3$ en $\sqrt{a^4} = a^2$ zodat het juiste antwoord $-2a^4 + a^3 + a^2$ is.

**16** Elke 4 uur (werkelijke tijd) zullen beide horloges 3 min uit elkaar lopen. We zoeken de kleinste tijd zodat het verschil tussen de twee horloges exact 12u = 720 min is. Je moet dus 240 keer 4u werkelijke tijd wachten eer beide horloges 12 uur in tijd van elkaar verschillen. Het juiste antwoord is 240 x 4u = 40 x 24u = 40 dagen.

**17** Dit is voldaan als de tweedegraadsfunctie in het linkerlid geen of 1 nulpunt heeft, dus als $D \leq 0$. Dit leidt tot $4(m^2 - 1) \leq 0$ en dus $m \in [-1, 1]$.

**18** De omtrek van een driehoek bereken je door de lengte van de drie zijden op te tellen. De bovenste zijde is $4x$ lang en de zijde rechts is $3x$ lang. Om de lengte te bekomen van de schuine zijde, kunnen we de stelling van Pythagoras toepassen aangezien deze driehoek een rechte hoek heeft. Dit wordt: $z^2 = (4x)^2 + (3x)^2 \Leftrightarrow z = \sqrt{25x^2} = 5x$. Als we de drie lengten optellen bekomen we de omtrek: $12x$.

**19** De voorwaarden zijn: $x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ en $\frac{x^2-1}{x+2} > 0 \Leftrightarrow x^2 - 1$ moet hetzelfde teken hebben als $x + 2$. Via een tekentabel kan je zo tot de oplossing komen:

| $x$ | | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | $+$ | $+$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $x+2$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $+$ | $+$ | $+$ |
| $\frac{x^2-1}{x+2}$ | $-$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

zodat het juiste antwoord $]-2, -1[ \cup ]1, +\infty[$ is.

**20** Pas de grondformule van de goniometrie toe $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$. Omdat $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ is $\cos(\alpha) \leq 0$ en dus is: $\cos(\alpha) = -\sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = -\frac{\sqrt{8}}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

**21** De nulpunten van de veelterm vind je door de vergelijking $(x+1)(2x^2 + 7x - 4) = 0$ op te lossen. De eerste factor geeft het nulpunt $x = -1$. De discriminant van de tweedegraadsveelterm is 81 en deze heeft dus nulpunten $x = \frac{1}{2}$ en $x = -4$. De veelterm heeft dus drie nulpunten en $x = \frac{1}{2}$ is één ervan.

**22** Je kan de vergelijking van een rechte op verschillende manieren bekomen. Let op: $q$ staat op de $y$-as en $p$ op de $x$-as. Je hebt de snijpunten met de assen gegeven: $(p_1, q_1) = (16, 0)$ en $(p_2, q_2) = (0, 12)$. Je vult dit in de vergelijking van de rechte:

$$q - q_1 = \frac{q_2 - q_1}{p_2 - p_1}(p - p_1) \Leftrightarrow q - 0 = \frac{12 - 0}{0 - 16}(p - 16) \Leftrightarrow q = \frac{-3}{4}(p - 16) \Leftrightarrow p = \frac{-4}{3}q + 16$$

**23** Na de term met de wortel over te brengen naar het rechterlid en kwadrateren krijgen we: $4x^2 + 12x + 9 = 4(x^2 + 3x)$ en dus $9 = 0$, dus geen reële oplossingen.

**24** Het komt neer op het zoeken van $x$ zodanig dat $1278 + x = 5(238 + x)$, wat $x = 22$ oplevert.

**25** We kunnen de oppervlakte bijvoorbeeld als volgt berekenen: oppervlakte van het vierkant - oppervlakte van de 'witte' rechthoek die eruit is gelaten
oppervlakte van het vierkant $= 10 \cdot 10 = 100$
oppervlakte van de 'witte' rechthoek die eruit is gelaten $= b \cdot h = (10 - 2x)(10 - x) = 100 - 30x + 2x^2$
Je rekent uit en je bekomt: $100 - (100 - 30x + 2x^2) = 30x - 2x^2$.

**26** Bereken $f'(x) = 6x^2 + 18x - 24 = 6(x^2 + 3x - 4)$ en zoek de nulpunten hiervan. Deze zijn $x = -4$ en $x = 1$.

**27** Zet de twee breuken in het rechterlid op gelijke noemer en ontbind de noemer van het linkerlid:

$$\frac{3x+1}{(x-3)(x+1)} = \frac{3x+1}{x^2-2x-3} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-3} = \frac{a(x-3) - b(x+1)}{(x+1)(x-3)}.$$

Dan moet $a(x-3) - b(x+1)) = 3x + 1$ en deze gelijkheid van veeltermen in $x$ leidt tot het stelsel

$$\begin{cases} a - b &= 3 \\ -3a - b &= 1 \end{cases}$$

met als oplossingen $a = \frac{1}{2}$ en $b = -\frac{5}{2}$.

**28** Als een functie stijgt dan is zijn afgeleide positief, als ze daalt is de afgeleide negatief, bovendien is in de maxima en minima de afgeleide gelijk aan 0. Op de figuur zie je dat dit enkel klopt voor de combinatie $f' = h$.

**29** De vergelijking is te schrijven als $3^{5x^2} = 3^{2(x+2)}$ en dit herleidt zich tot de tweedegraadsvergelijking $5x^2 - 2x - 4 = 0$. De som van de wortels is $S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{5}$ wat meteen het antwoord is.

**30** We passen de substitutieregel toe. Stel $y = 2x + 1$, dan is $dy = 2dx$. Dus

$$\int \cos(2x+1)dx = \frac{1}{2}\int \cos(y)dy = \frac{1}{2}\sin(y) + c = \frac{1}{2}\sin(2x+1) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$