Verbetersleutel HW

1 D

2 A

3 B

4 B

5 C

6 C

7 B

8 C

9 A

10 B

11 C

12 C

13 D

14 B

15 C

16 D

17 B

18 C

19 C

20 A

21 B

22 B

23 D

24 D

25 A

26 C

27 B

28 D

29 A

30 A

Oplossingen

1 (A) Een prijs 36 stijgt naar 40, komt overeen met een stijging van $\dfrac{40-36}{36} = 0{,}1111 = 11{,}11\%$

(B) Een prijs 30 stijgt naar 40, komt overeen met een stijging van $\dfrac{40-30}{30} = 0{,}3333 = 33{,}33\%$

(C) Een prijs 75 stijgt naar 100, komt overeen met een stijging van $\dfrac{100-75}{75} = 0{,}3333 = 33{,}33\%$

(D) Een prijs 8 stijgt naar 10, komt overeen met een stijging van $\dfrac{10-8}{8} = 0{,}25 = 25\%$

2

$$\frac{\frac{a}{b}-1}{\frac{b-a}{b}} = \frac{\frac{a-b}{b}}{\frac{b-a}{b}} = \frac{a-b}{b}\frac{b}{b-a} = \frac{-(b-a)}{b}\frac{b}{b-a} = -1$$

3 We hebben $\text{rico}(R_1) = 2$ en $\text{rico}(R_2) = 1/2$. Omdat deze richtingscoëfficiënten niet gelijk zijn, zijn de rechten niet evenwijdig en bijgevolg ook niet samenvallend. Omdat het product van de richtingscoëfficiënten niet gelijk is aan -1 zijn de rechten evenmin loodrecht. Bijgevolg blijft er slechts één optie over: de rechten snijden elkaar maar niet loodrecht.

4

$$\frac{\sqrt[6]{64}\sqrt[3]{64}}{\sqrt[4]{64}} = \frac{64^{\frac{1}{6}}64^{\frac{1}{3}}}{64^{\frac{1}{4}}} = 64^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} = 64^{\frac{1}{4}} = \sqrt{8}$$

5 De rekenregels voor logaritmen worden hier toegepast:

- Een reëel getal vermenigvuldigen met een logaritme:
  $2\log_b x = \log_b x^2$ en $3\log_b y = \log_b y^3$
- De som van twee logaritmen:
  $\log_b x^2 + \log_b y^3 = \log_b (x^2 \cdot y^3)$

6 De spiegeling van de grafiek van $f(x)$ met de x-as als spiegelas resulteert in de grafiek van de functie $h(x) = -x^2 + 1$. Daarom is antwoord C fout.

7 We zoeken x waarvoor y groter is dan 15. Wanneer we dit invullen bekomen we: $15 = 2x + 1 \Leftrightarrow 15 - 1 = 2x \Leftrightarrow x = 7$. Dus 7 jaar na 2018 zal het aantal verkochte wagens 15 000 bedragen, dit is vanaf 2025.

8 De oppervlakte van deze figuur is gelijk aan de oppervlakte van de rechthoek min de oppervlakte van de uitgesneden driehoek.

$$O(x) = l \cdot b - \frac{\text{basis} \cdot \text{hoogte}}{2} = 3x \cdot 4x - \frac{(4x)\cdot(1{,}5x)}{2} = 12x^2 - 3x^2 = 9x^2$$

9 Bij $A \cap B$ is $\cap$ het symbool voor doorsnede, dit wil zeggen, alle elementen die zowel tot de verzameling A behoren als tot de verzameling B horen, behoren tot de doorsnede. Daarom is $]-\infty, 8[\cap [-3, 19[$ gelijk aan $[-3, 8[$. Bv. 10 hoort wel tot $[-3, 19[$ maar niet tot $]-\infty, 8[$.

10 Hier moet je een ongelijkheid oplossen, nl.

$$O(q) > K(q) \Leftrightarrow 24q - 4q^2 > 4q + 16 \Leftrightarrow -4q^2 + 20q - 16 > 0.$$

Om de tekentabel op te stellen, bereken je eerst de nulpunten, $q_1 = 1$ en $q_2 = 4$. Uit volgende tekentabel zie je dat wanneer $1 < q < 4$, de opbrengst strikt groter is dan de kosten.

q		1		4	
$-4q^2 + 20q - 16$	$-$	0	$+$	0	$-$

Daaruit volgt antwoord B.

11 De opgave is als volgt te vereenvoudigen:

$$\frac{(m+1)^2}{m^2-1} = \frac{(m+1)(m+1)}{(m+1)(m-1)} = \frac{m+1}{m-1}$$

12 Immers, $4 = \log_2 16^t \Leftrightarrow 4 = t \cdot \log_2 16 \Leftrightarrow 4 = t \cdot 4 \Leftrightarrow t = 1$.

13 De vergelijking van de opbrengst is een tweedegraadsveelterm, nl. $TO = p(130 - 0{,}25p) \Leftrightarrow TO = 130p - 0{,}25p^2$. De top wordt bereikt waar $p = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-130}{2 \cdot (-0{,}25)} = 260$. De bijhorende maximale opbrengst bedraagt dan: $TO = 260 \cdot (130 - 0{,}25 \cdot 260) = 260 \cdot (130 - 65) = 260 \cdot 65 = 16900$.

14 Het gemiddelde van de scores kan berekend worden door de scores van alle leerlingen op te tellen en te delen door 15. Noteer met T de som van de scores van de leerlingen zonder Liam en Erica. Dan is gegeven:

$$\frac{T + 18 + 14}{15} = 13{,}6.$$

Wanneer Liam zijn score wordt aangepast, zal het gemiddelde als volgt wijzigen:

$$\frac{T + (18 - 3) + 14}{15} = \frac{T + 18 + 14}{15} - \frac{3}{15} = 13{,}6 - 0{,}2 = 13{,}4.$$

Het antwoord is daarom B.

15 De ontbinding van de veelterm is $3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, als je dit zou uitwerken dan is de constante term gelijk aan $-3x_1x_2x_3$ en dit moet gelijk zijn aan de constante term -4 uit de gegeven veelterm. Hieruit haal je onmiddellijk $x_1x_2x_3 = \dfrac{4}{3}$.

16 De inhoud van een balk is gelijk aan lengte × breedte × hoogte:

$$(4 - 2x)(12 - 2x)x = (4 - 2x)(12x - 2x^2) = 48x - 8x^2 - 24x^2 + 4x^3 = 4x^3 - 32x^2 + 48x$$

17 Wanneer $a = 0$, bekom je volgend functievoorschrift: $(x - 1)(x + 2)^2x$. Deze functie is gelijk aan 0 wanneer $x = 1, -2$ of $x = 0$, dus drie verschillende nulpunten. Daarom antwoord B.

18 Alternatieven B en D vallen uit de boot omdat het snijpunt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ niet voldoet aan minstens één van de vergelijkingen van A en V.
Bij alternatief A voldoet het punt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ weliswaar aan beide vergelijkingen. Echter, als $p = 0$ vinden we voor A dat $q = -100$ terwijl in de figuur duidelijk te zien is dat de grafiek van A de q-as snijdt in een positieve q-waarde.
Alternatief C is het juiste alternatief. Het punt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ voldoet aan beide vergelijkingen en de snijpunten met de assen zijn in overeenstemming met de figuur.

19 Een tweedegraadsvergelijking heeft één unieke oplossing wanneer de discriminant gelijk is aan nul:

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot m^2 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

In het totaal zijn er dus 2 waarden voor m die tot één unieke oplossing voor $x \in \mathbb{R}$ leiden.

20 De verhouding is als volgt:

$$\frac{\#_{\text{positief}}}{\#_{\text{negatief}}} = \frac{2}{5}.$$

Dit wil zeggen dat 2 van de 7 stalen positief zijn en 5 van de 7 negatief. Dus voor een totaal van 350 stalen zijn er $\frac{2}{7} \cdot 350 = 100$ positief.

21 De vergelijking van rechte d is gelijk aan $y = 2x + 1$.
De vergelijking van de tweede rechte is gelijk aan $y = -2x - 1$.
De vergelijking van de derde rechte is gelijk aan $y = -2x + 1$.
De vergelijking van de vierde rechte is gelijk aan $y = \frac{1}{2}(x - 1)$.

22 Hier kan je best een tekenschema opstellen van de teller en noemer. Hiervoor moet je eerst de nulpunten bepalen. De nulpunten van de teller zijn $x_1 = -2$ en $x_2 = 2$, van de noemer: $x_1 = 1$ en $x_2 = 2$. We bekomen volgend tekenschema:

x		-2				2	
$4 - x^2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$x^2 - 3x + 2$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$-$

Hieruit volgt het antwoord $-2 < x < 1$.

23 Het bedrag dat hij teruggekregen heeft van de overheid: $60 \cdot 0{,}45 = 27$ euro. Dus hij heeft werkelijk 33 euro gestort aan het goede doel. Hij wil in 2020 opnieuw 33 euro werkelijk gestort hebben: $33 = x \cdot (1 - 0{,}60) \Leftrightarrow x = \frac{33}{0{,}4} = 82{,}5$ euro.

24 De functie f met de gegeven grafiek voldoet aan $f(0) > 1$. Alternatieven A, B en C zijn niet correct omdat dan geldt dat $f(0) = 1$ (voor alternatief A) of $f(0) = a < 1$ (voor alternatieven B en C). Enkel alternatief D blijft dus over. Omdat bovendien de gegeven grafiek door het punt $(1, 1)$ gaat en de functie in alternatief D hieraan voldoet, is D het enige juiste alternatief.

25 We zetten de opgave op gelijke noemer en vereenvoudigen:
$\frac{7x}{x(x-2)} + \frac{3 \cdot (x-2)}{x(x-2)} + \frac{-(x-6)}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{7x + 3x - 6 - x + 6}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{9x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{x-2} = 0.$
Deze laatste vergelijking kan nooit gelijk aan 0 zijn. Daarom heeft de opgave geen oplossing in $\mathbb{R}$.

26 Aan het functievoorschrift zie je dat welke waarde x ook heeft, de term $-\frac{1}{5}(x-3)^2$ zal altijd negatief zijn. Dus de maximale hoogte kan bereikt worden, als deze term gelijk is aan 0 (en x dus gelijk aan 3). Dan bekomen we een hoogte van $h(3) = -0 + 4 = 4$ meter.

27 In de vergelijking van de cirkel $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$, zijn de coördinaten van het middelpunt gelijk aan (a,b) en de straal gelijk aan c. Afgaand op de tekening, zie je dat de x-coördinaat van het middelpunt kleiner is dan de y-coördinaat, daardoor $a<b$. Enkel de alternatieven B en C komen dus in aanmerking als correcte alternatieven. De straal is korter dan de x-coördinaat van het middelpunt, dus $a>c$. Bovendien blijkt uit de figuur dat de straal c groter is dan 2. Omdat a ongeveer gelijk is aan 4 is alternatief C uitgesloten. Enkel B is dus correct.

28 Alternatief D is fout. Bijvoorbeeld, de rechte met vergelijking $y=2x-1$ is stijgend (door de positieve richtingscoëfficiënt $m=2$) ondanks het feit dat $b=-1<0$.

29 De populatie verandert volgens een tweedegraadsfunctie dus $y=ax^2+bx+c$, waarbij y de bevolkingsgrootte in miljoenen voorstelt en x het tijdstip in jaar waarbij het referentietijdstip $x=0$ als vandaag wordt gekozen. De grafiek van y is een bergparabool. Het maximum van de parabool wordt bereikt in de top, dus wanneer $x=-b/2a$. De gegevens van het vraagstuk kunnen dan geschreven worden in het volgend stelsel

$$\begin{cases} -b/2a=2 \\ a\cdot(-2)^2+b\cdot(-2)+c=51 \\ a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 4a-2b+c=51 \\ c=57 \end{cases}$$

wat we verder kunnen oplossen:

$$\begin{cases} b=-4a \\ 4a-2b+c=51 \\ c=57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 12a+c=51 \\ c=57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ a=\frac{51-57}{12}=-\frac{1}{2} \\ c=57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=-\frac{1}{2} \\ c=57 \end{cases}$$

De maximale waarde die y kan bereiken is dan $y(2)$ met

$$y(2)=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=-\tfrac{4}{2}+4+57=59.$$

30

$$\begin{aligned} v=a &\Leftrightarrow \frac{9}{2+p}=3-\frac{12}{4+p} \\ &\Leftrightarrow \frac{9}{2+p}=\frac{12+3p-12}{4+p} \\ &\Leftrightarrow (2+p)\cdot(3p)=9\cdot(4+p) \\ &\Leftrightarrow 3p^2-3p-36=0 \\ &\Leftrightarrow p^2-p-12=0 \end{aligned}$$

Via de discriminant ($D=49$) vinden we de enige realistische oplossing voor de prijs: $p=4$. Wanneer we dit invullen in de vraagfunctie of in de aanbodfunctie, vinden we dat $a=v=\dfrac{3}{2}=1{,}5$.