Verbetersleutel (T)EW

1 D

2 A

3 B

4 B

5 C

6 C

7 D

8 A

9 C

10 B

11 A

12 D

13 C

14 B

15 B

16 A

17 C

18 A

19 D

20 D

21 B

22 C

23 A

24 B

25 B

26 C

27 D

28 B

29 A

30 C

Oplossingen

1 (A) Een prijs 36 stijgt naar 40, komt overeen met een stijging van $\dfrac{40-36}{36} = 0{,}1111 = 11{,}11\%$

(B) Een prijs 30 stijgt naar 40, komt overeen met een stijging van $\dfrac{40-30}{30} = 0{,}3333 = 33{,}33\%$

(C) Een prijs 75 stijgt naar 100, komt overeen met een stijging van $\dfrac{100-75}{75} = 0{,}3333 = 33{,}33\%$

(D) Een prijs 8 stijgt naar 10, komt overeen met een stijging van $\dfrac{10-8}{8} = 0{,}25 = 25\%$

2

$$\frac{\frac{a}{b}-1}{\frac{b-a}{b}} = \frac{\frac{a-b}{b}}{\frac{b-a}{b}} = \frac{a-b}{b}\frac{b}{b-a} = \frac{-(b-a)}{b}\frac{b}{b-a} = -1$$

3 We hebben $\text{rico}(R_1) = 2$ en $\text{rico}(R_2) = 1/2$. Omdat deze richtingscoëfficiënten niet gelijk zijn, zijn de rechten niet evenwijdig en bijgevolg ook niet samenvallend. Omdat het product van de richtingscoëfficiënten niet gelijk is aan -1 zijn de rechten evenmin loodrecht. Bijgevolg blijft er slechts één optie over: de rechten snijden elkaar maar niet loodrecht.

4

$$\frac{\sqrt[6]{64}\sqrt[3]{64}}{\sqrt[4]{64}} = \frac{64^{\frac{1}{6}}64^{\frac{1}{3}}}{64^{\frac{1}{4}}} = 64^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} = 64^{\frac{1}{4}} = \sqrt{8}$$

5 De rekenregels voor logaritmen worden hier toegepast:

- Een reëel getal vermenigvuldigen met een logaritme:
  $2\log_b x = \log_b x^2$ en $3\log_b y = \log_b y^3$
- De som van twee logaritmen:
  $\log_b x^2 + \log_b y^3 = \log_b (x^2 \cdot y^3)$

6 De spiegeling van de grafiek van $f(x)$ met de x-as als spiegelas resulteert in de grafiek van de functie $h(x) = -x^2 + 1$. Daarom is antwoord C fout.

7 Het bedrag dat hij teruggekregen heeft van de overheid: $60 \cdot 0{,}45 = 27$ euro. Dus hij heeft werkelijk 33 euro gestort aan het goede doel. Hij wil in 2020 opnieuw 33 euro werkelijk gestort hebben: $33 = x \cdot (1 - 0{,}60) \Leftrightarrow x = \dfrac{33}{0{,}4} = 82{,}5$ euro.

8 De verhouding is als volgt:

$$\frac{\#_{\text{positief}}}{\#_{\text{negatief}}} = \frac{2}{5}.$$

Dit wil zeggen dat 2 van de 7 stalen positief zijn en 5 van de 7 negatief. Dus voor een totaal van 350 stalen zijn er $\dfrac{2}{7} \cdot 350 = 100$ positief.

9 De ontbinding van de veelterm is $3(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, als je dit zou uitwerken dan is de constante term gelijk aan $-3x_1x_2x_3$ en dit moet gelijk zijn aan de constante term -4 uit de gegeven veelterm. Hieruit haal je onmiddellijk $x_1x_2x_3 = \frac{4}{3}$.

10 Hier moet je een ongelijkheid oplossen, nl.

$$O(q) > K(q) \Leftrightarrow 24q - 4q^2 > 4q + 16 \Leftrightarrow -4q^2 + 20q - 16 > 0.$$

Om de tekentabel op te stellen, bereken je eerst de nulpunten, $q_1 = 1$ en $q_2 = 4$. Uit volgende tekentabel zie je dat wanneer $1 < q < 4$, de opbrengst strikt groter is dan de kosten.

q		1		4	
$-4q^2+20q-16$	$-$	0	$+$	0	$-$

Daaruit volgt antwoord B.

11 We zetten de opgave op gelijke noemer en vereenvoudigen:
$\frac{7x}{x(x-2)} + \frac{3\cdot(x-2)}{x(x-2)} + \frac{-(x-6)}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{7x+3x-6-x+6}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{9x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{x-2} = 0.$
Deze laatste vergelijking kan nooit gelijk aan 0 zijn. Daarom heeft de opgave geen oplossing in $\mathbb{R}$.

12 Als $m = 0$ is de vergelijking van de 1ste graad met een unieke oplossing $x = 0$. Als $m \neq 0$ heeft de tweedegraadsvergelijking één unieke oplossing wanneer de discriminant gelijk is aan nul:

$$D = 2^2 - 4 \cdot m \cdot m = 4(1-m^2) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

In het totaal zijn er dus 3 waarden voor m die tot één unieke oplossing voor $x \in \mathbb{R}$ leiden.

13 De voorwaarden geven $27 - 9a - 3b + 12 = 12$ en $8 - 4a - 2b + 12 = 2$, waaruit $a = 0$ en $b = 9$.

14 Het gemiddelde van de scores kan berekend worden door de scores van alle leerlingen op te tellen en te delen door 15. Noteer met T de som van de scores van de leerlingen zonder Liam en Erica. Dan is gegeven:

$$\frac{T + 18 + 14}{15} = 13{,}6.$$

Wanneer Liam zijn score wordt aangepast, zal het gemiddelde als volgt wijzigen:

$$\frac{T + (18-3) + 14}{15} = \frac{T + 18 + 14}{15} - \frac{3}{15} = 13{,}6 - 0{,}2 = 13{,}4.$$

Het antwoord is daarom B.

15 In de vergelijking van de cirkel $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$, zijn de coördinaten van het middelpunt gelijk aan (a, b) en de straal gelijk aan c. Afgaand op de tekening, zie je dat de x-coördinaat van het middelpunt kleiner is dan de y-coördinaat, daardoor $a < b$. Enkel de alternatieven B en C komen dus in aanmerking als correcte alternatieven. De straal is korter dan de x-coördinaat van het middelpunt, dus $a > c$. Bovendien blijkt uit de figuur dat de straal c groter is dan 2. Omdat a ongeveer gelijk is aan 4 is alternatief C uitgesloten. Enkel B is dus correct.

16 Tel beide vergelijkingen op en vervang de 2de vergelijking hierdoor: $(a+1)y = -1$.
We maken nu een onderscheid:

- Als $a = -1$ wordt deze vergelijking $0 = -1$. Deze vergelijking en dus ook het stelsel is strijdig.
- Als $a \neq -1$ vinden we $y = \frac{-1}{1+a}$, uit de 1ste vergelijking volgt dan:
  $x = \dfrac{3-y}{2} = \dfrac{3+\frac{1}{1+a}}{2} = \dfrac{4+3a}{2(1+a)}$. Het stelsel heeft een unieke oplossing.

17 Alternatieven B en D vallen uit de boot omdat het snijpunt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ niet voldoet aan minstens één van de vergelijkingen van A en V.
Bij alternatief A voldoet het punt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ weliswaar aan beide vergelijkingen. Echter, als $p = 0$ vinden we voor A dat $q = -100$ terwijl in de figuur duidelijk te zien is dat de grafiek van A de q-as snijdt in een positieve q-waarde.
Alternatief C is het juiste alternatief. Het punt $(p^*, q^*) = (5, 100)$ voldoet aan beide vergelijkingen en de snijpunten met de assen zijn in overeenstemming met de figuur.

18 Bereken de vergelijking van de schuine asymptoot door met de Euclidische deling het quotiënt te maken van teller en noemer, deze levert $3x^2 + 6x = (x+1)(3x+3) - 3$ zodat de schuine asymptoot gegeven wordt door $y = 3x + 3$.

19 De noemer $N(x) = x^2 + x - 12$ van $f(x)$ wordt 0 voor $x = -4$ en $x = 3$. De functie f heeft dus een VA bij $x = -4$ en $x = 3$. Omdat $N(x) < 0$ voor $-4 < x < 3$ is f daar ook onder de x-as gelegen. Omdat $N(x) > 0$ voor $x < -4$ en $x > 3$ is f daar boven de x-as gelegen. Enkel figuur (d) voldoet hieraan.

20 Bereken $f'(x) = -2x + 2$. Omdat de raaklijn evenwijdig moet zijn met de rechte $y = -2x + 7$ moet de rico van de raaklijn gelijk zijn aan de rico van deze rechte nl. -2. $f'(x) = -2x + 2 = -2$ oplossen geeft $x = 2$, antwoord D.

21 Gebruik de formule voor de afgeleide van een quotiënt en vereenvoudig de gevonden uitdrukking:

$$f'(x) = \frac{\sqrt{7x^2+3x}\cdot 2 - 2x\frac{14x+3}{2\sqrt{7x^2+3x}}}{7x^2+3x} = \frac{(7x^2+3x)\cdot 2 - x(14x+3)}{(7x^2+3x)\sqrt{7x^2+3x}} = \frac{3x}{(7x^2+3x)^{\frac{3}{2}}}.$$

22 Als een functie stijgt dan is zijn afgeleide positief, als ze daalt is de afgeleide negatief, bovendien is in de maxima en minima de afgeleide gelijk aan 0. Op de figuur zie je dat dit enkel klopt voor de combinatie $g' = f$.

23 De nulpunten van f zijn bepaald door de vergelijking $e^x + \ln(x) = 0$ of $e^x = -\ln(x)$.
Teken de grafiek van e^x en van $-\ln(x)$, dan zie je dat deze één snijpunt hebben tussen 0 en 1. De functie f heeft dus één nulpunt $a < 1$.

24 Als we de waarde 3 invullen krijgen we de onbepaaldheid $\dfrac{0}{0}$. Door de factor $x - 3$ in teller en noemer af te zonderen en weg te delen kunnen we deze onbepaaldheid wegwerken:

$$\lim_{x\to 3} \frac{3-x}{3x^2-9x} = \lim_{x\to 3} \frac{-(x-3)}{3x(x-3)} = \lim_{x\to 3} \frac{-1}{3x} = -\frac{1}{9}$$

25 De functie is gedefinieerd als $\frac{x^2-1}{x^2+1} > 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 > 0$ m.a.w. als $x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$. Omdat steeds geldt dat $\frac{x^2-1}{x^2+1} < 1$ is de functie f steeds negatief in zijn defintiegebied. Antwoord B is correct.

26 Omdat Bram in de bubbel zit houdt hij van wiskunde. Omdat Dirk niet in de bubbel zit kookt hij graag, want moest hij niet graag koken dan zou hij wel in de bubbel zitten.

27 De gevraagde oppervlakte is het verschil tussen de oppervlakten van de cirkels met diameter $D-2b$ en $D-2B-2b$:

$$\frac{\pi}{4}[(D-2b)^2-(D-2B-2b)^2]$$

Wat na vereenvoudiging geeft: $\pi B(D-B-2b)$ Antwoord D dus.

28 De bestaansvoorwaarde is $x>\frac{1}{5}$. Aangezien $\log_{\frac{1}{2}}$ een strikt dalende functie is, wordt de voorwaarde $5x-1>\frac{1}{4}$. Conclusie, $x>\frac{1}{4}$.

29 We passen de substitutieregel toe. Stel $y=2x+1$, dan is $dy=2dx$. Dus

$$\int(2x+1)^2dx=\frac{1}{2}\int y^2dy=\frac{1}{2}\frac{y^3}{3}+c=\frac{1}{6}(2x+1)^3+c,\quad c\in\mathbb{R}.$$

30 De x-waarden waar f en g snijden worden bepaald door de vergelijking $4+3\cdot 2^{x+1}=13\cdot 2^{x-1}\Leftrightarrow 4+3\cdot 2\cdot 2^x=13\cdot\frac{2^x}{2}\Leftrightarrow 4+6\cdot 2^x=\frac{13}{2}\cdot 2^x$ en dit herleidt zich tot $\frac{1}{2}\cdot 2^x=4\Leftrightarrow 2^x=8\Leftrightarrow x=3$.