Verbetersleutel HW

11 B

12 A

13 B

14 A

15 D

16 B

17 D

18 A

19 C

20 D

21 B

22 B

23 A

24 D

25 B

26 D

27 C

28 A

29 D

30 D

31 C

32 A

33 C

34 C

35 C

36 D

37 A

38 D

39 C

40 B

Oplossingen

11 De vergelijking van de gevraagde rechte is $y + 3 = \frac{3}{2}(x - 2)$, door te vermenigvuldigen met 2 en alle termen over te brengen naar het rechterlid krijgen we $3x - 2y - 12 = 0$.

12 Omdat de nulwaarden $x = -1$ en $x = 4$ zijn is het voorschrift van de tweedegraadsfunctie van de vorm $f(x) = a(x + 1)(x - 4) = a(x^2 - 3x - 4)$. Druk uit dat het punt $(0, 2)$ tot de grafiek van deze functie behoort, $a(-4) = 2$ dus $a = -\frac{1}{2}$. Het voorschrift wordt daarmee $f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 3x - 4) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$.

13 $\frac{a}{b} + \frac{c}{a} = \frac{a \cdot a}{b \cdot a} + \frac{c \cdot b}{a \cdot b} = \frac{a^2 + bc}{ab}$

14

$$\frac{3^9\sqrt{12}}{9^4\sqrt{3}} = \frac{3^9\sqrt{4 \cdot 3}}{(3^2)^4\sqrt{3}} = \frac{3^9 \cdot 2\sqrt{3}}{3^8\sqrt{3}} = 2\frac{3^9}{3^8} = 2 \cdot 3^{9-8} = 2 \cdot 3 = 6$$

15 Uitwerken van de haakjes en herschrijven geeft:

$$5 - 3x + 6 \leq -2x - 2 - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 11 - 3x \leq -2x - 3 \quad \Leftrightarrow \quad 11 + 3 \leq -2x + 3x$$

Met andere woorden, $x \geq 14$.

16 Het ledenaantal is absoluut gedaald met $60 - 48 = 12$, dus procentueel met $\frac{12}{60} = 0.20 = 20\%$.

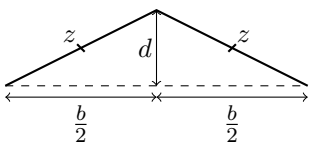
17 $|AB| = \sqrt{(-2 - 5)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$

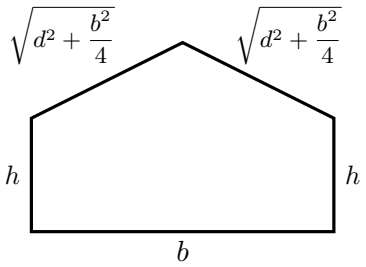
18 De omtrek is de som van de zijden. De figuur heeft 5 zijden, de zijden van de rechthoek zijn gemakkelijk af te lezen, de gelijke zijden van de driehoek kunnen berekend worden via de stelling van Pythagoras toe te passen. De driehoek wordt immers gevormd door twee rechthoekige driehoeken met als rechthoekszijden d en $\frac{b}{2}$:

$$z^2 = d^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow z = \sqrt{d^2 + \frac{b^2}{4}}$$

Zo zijn alle lengtes van de verschillende zijden gekend om zo de omtrek te bepalen:

$$b + 2h + 2\sqrt{d^2 + \frac{b^2}{4}}$$





19 Als het product van de richtingscoëfficiënten van twee rechten k en l gelijk is aan -1 (dus niet gelijk aan 1), dan staan de twee rechten k en l loodrecht op elkaar. Als exact één van de richtingscoëfficiënten van twee rechten k en l gelijk is aan 1, d.w.z. dat de andere richtingscoëfficiënt anders is dan 1, dus dat de rechten niet evenwijdig zijn en dus de twee rechten k en l elkaar snijden.

20 De functiewaarden kan je aflezen op de grafiek: $f(-3)+f(0)+f(2)=0+0+3=3$.

21 De oplossing van het stelsel kan onder andere berekend worden via de substitutieregel:

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 3 \\ 2x & + & 3y & = & 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcl} x & = & 3 & + & y \\ 2x & + & 3y & = & 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcl} x & = & 3 & + & y \\ 2(3+y) & + & 3y & = & 11 \end{array}\right.$$

Door de tweede vergelijking uit te rekenen naar y, bekom je $y=1$. Zo krijg je $x=4$, immers $x=3+y$. Een vals stelsel heeft geen oplossingen, dus de vergelijking die moet aangevuld worden mag de oplossing $(x,y)=(4,1)$ niet bevatten. Zo is het duidelijk dat $(x,y)=(4,1)$ niet aan $x-4y=-2$ voldoet.

22 Het enige reële nulpunt is 0, deze kan je berekenen door de veelterm als volgt te herschrijven: $p(x)=x^3-x^2+9x=x(x^2-x+9)$. Hierbij is ofwel $x=0$ ofwel $x^2-x+9=0$. De tweede optie hier heeft een negatieve discriminant, dus geen reëel nulpunt.

23 De mediaan is gelijk aan 13. Het gemiddelde kan als volgt berekend worden: $\dfrac{5+8+11+13+16+g+21}{7}$. Door dit gelijk te stellen aan 13 bekomt men het antwoord: $\dfrac{74+g}{7}=13 \Leftrightarrow 74+g=13\cdot 7 \Leftrightarrow g=91-74=17$.

24 $0.12=\dfrac{12}{100}<2^{-3}=0.125<0.2<\dfrac{1}{4}=0.25$

25 $\Big|\,|-1+3|-|-3-1|\,\Big| = \Big|\,|2|-|-4|\,\Big| = \Big|\,2-4\,\Big| = |-2| = 2$

26 Het bedrag dat op de spaarrekening wordt gezet, neemt jaarlijks toe met 3%. Dus na 1 jaar staat er $100\cdot 1.03=103$ euro op de spaarrekening. Na 2 jaar wordt er rente betaald op het totale bedrag van de spaarrekening op dat moment, dus op 103 euro, zo bedraagt het bedrag op de spaarrekening na 2 jaar $103\cdot 1.03$. Na 3 jaar wordt dit $103\cdot 1.03\cdot 1.03$. Aangezien de rente op het totale bedrag wordt berekend, kan je er vanuit gaan dat het bedrag op de spaarrekening jaarlijks met meer dan 3 euro toeneemt, daarom kan je besluiten dat er meer dan 109 euro na 3 jaar op de spaarrekening zal staan.

27 Je kan zien dat de grafiek de punten $(-1,2)$ en $\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$ bevat. Aangezien $f(-1)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}=2$ en $f(1)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{1}=\dfrac{1}{2}$ is $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$ het correcte functievoorschrift.

28 $\log_3 27\cdot\log_8 2=3\cdot\dfrac{1}{3}=1$ immers $\log_3 27=3$ want $3^3=27$ en $\log_8 2=\dfrac{1}{3}$ want $8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=2$.

29 De uitdrukking $\dfrac{x^2-2x-10}{x^2-2x+5}$ is niet te vereenvoudigen aangezien de noemer niet ontbonden kan worden in factoren, waardoor er geen gemeenschappelijke factoren geschrapt kunnen worden. In een som van de teller mag je nooit een term schrappen met een term van de noemer, dit mag enkel met factoren.

30 Om dit op te lossen kan je de nulpunten van teller en noemer berekenen in $\frac{x^2-9}{x} < 0$. De nulpunten van de teller zijn -3 en 3, van de noemer is dit enkel 0. Het tekenschema wordt dan:

		-3		0		3	
x^2-9	+	0	-	-	-	0	+
x	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{x^2-9}{x}$	-	0	+	|	-	0	+

Uit de laatste rij zie je dat de uitdrukking negatief is voor $x < -3$ of $0 < x < 3$.

31 De helling kan je vinden door het verschil in de y-waarde te delen door het verschil in x-waarde: $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ dus $\frac{q-y}{p-x}$ met $(x_1, y_1) = (x, y)$ en $(x_2, y_2) = (p, q)$

32 De totale oppervlakte van de rechthoek is $5 \cdot 6 = 30$. De oppervlakte van de cirkel is $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4$. Om de oppervlakte van het ronde hoekje te berekenen, moet je het vierkant aftrekken met een kwart van de cirkel, dus dat wordt $2 \cdot 2 - \frac{\pi \cdot 4}{4} \approx 4 - 3.14 = 0.86$. De oppervlakte van de figuur kan bepaald worden door dit ronde hoekje van de oppervlakte van de rechthoek af te trekken:

$$30 - 0.86 \approx 29.14$$

Zo is tussen 29 en 29.25 het correcte antwoord.

33 Er wordt gevraagd voor hoeveel waarden van q is de opbrengst gelijk aan de productiekost, daarvoor moet volgende gelijkheid opgelost worden:

$$O(q) = K(q) \Rightarrow 24q - 4q^2 = 4q + 16 \Leftrightarrow 0 = 4q^2 - 20q + 16$$

Via de discriminantformule kan deze tweedegraadsvergelijking opgelost worden, de discriminant bedraagt 144, waardoor er twee oplossingen gevonden kunnen worden, dus 2 waarden van q waarbij de opbrengst gelijk is aan de productiekost. De waarden zijn hier niet van belang, maar worden ter vervolledigheid gegeven: $q_1 = 1$ en $q_2 = 4$.

34 $f(f(2)) = 3 \cdot (3 \cdot 2 - 2) - 2 = 3 \cdot 4 - 2 = 10$ want $f(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$.

35 Een toename van het bedrag in de spaarpot met de helft komt overeen met het bedrag telkens vermenigvuldigen met 1.5. Met beginbedrag 32 euro zit er na t weken dus $f(t) = 32 \cdot 1.5^t$ euro in de spaarpot.

36 Werk het merkwaardig product in het linkerlid uit, $a^2 + 2ab + b^2 < a^2 + b^2$ en vereenvoudig, $ab < 0$, dan moet ofwel a ofwel b negatief zijn.

37 Het tekenverloop van een 2de graadsfunctie is bepaald door a, de coëfficiënt van x^2 en de discriminant $D = b^2 - 4ac$. Hier is $a = 1 > 0$, de 2de graadsfunctie is steeds ≥ 0 als ze geen of 1 dubbel nulpunt heeft, dus als $D \leq 0$. Dit uitwerken geeft: $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot p = 4(4 - p) \leq 0$ dus $p \geq 4$.

38 Bereken de afgeleides van de vier functies en vul $x = 1$ in.

(A) $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$

(B) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \Rightarrow f'(1) = 0$

(C) $f'(x) = 2 \Rightarrow f'(1) = 2$

(D) $f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow f'(1) = 1$ correcte antwoord

39 Duid met x het aantal vaste krachten en met y het aantal jobstudenten aan. Dan leveren de gegevens een stelsel van twee vergelijkingen op,

$$\begin{cases} x + y = 72 \\ 25x + 20y = 1645 \end{cases}$$

dat we oplossen tot $x = 41$ en $y = 31$. Met andere woorden, het verschil tussen het aantal vaste krachten en het aantal jobstudenten is gelijk aan 10.

40 Afgeleide van een constante is gelijk aan 0.