Verbetersleutel (T)EW

11 B

12 A

13 C

14 B

15 D

16 B

17 C

18 B

19 B

20 C

21 B

22 C

23 D

24 C

25 A

26 B

27 A

28 B

29 B

30 C

31 D

32 A

33 C

34 B

35 D

36 C

37 C

38 B

39 D

40 B

Oplossingen

11 $\dfrac{2}{2-x}+\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{-2}{x-2}+\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{-2+x+2}{x-2}=\dfrac{x}{x-2}$

12 $\dfrac{14^{-6}\cdot 7^7}{2^{-3}}=\dfrac{7^7\cdot 2^3}{(2\cdot 7)^6}=\dfrac{7^7\cdot 2^3}{2^6\cdot 7^6}=\dfrac{7}{2^3}=\dfrac{7}{8}$

13 De rechte l heeft hetzelfde snijpunt als de rechte r met de $x-as$ nl. $-b/a$, het snijpunt met de $y-as$ ligt half zo hoog. De rico van de rechte l is dus ook de helft van die van r. De vergelijking van de rechte l is dus $y=\dfrac{a}{2}x+\dfrac{b}{2}$, antwoord C.

14 Het voorschrift van een tweedegraadsfunctie met top $(1,4)$ is $f(x)=a(x-1)^2+4$. Uitdrukken dat het punt $(3,0)$ tot deze functie behoort, $0=4a+4$ dus $a=-1$. Het voorschrift is dus $f(x)=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$.

15 Een afname van x met $400\,\%$ is $x-\dfrac{400}{100}x=x-4x=-3x$.

16 $\Big|\,|-1+5|-|-5-1|\,\Big|=||4|-|-6||=|4-6|=|-2|=2$.

17 De vergelijking van de rechte l is $y-5=\dfrac{8-5}{7-4}(x-4)$ of dus $y=x+1$. Enkel het punt $(11,13)$ voldoet niet aan deze vergelijking.

18 De coëfficiënt van x^2 is negatief, dus is de grafiek van f een dalparabool. Deze ligt volledig onder de $x-as$ als de discrimant strikt negatief is: $D=4m^2-4\cdot(-2)\cdot m=4m^2+8m=4m(m+2)<0$. Uit de tekentabel van D als functie van m vinden we dat dit voldaan is voor $m\in]-2,0[$

19 De ongelijkheid is equivalent met $-x^2+4x-3\leq 0$. De kwadratische veelterm $-x^2+4x-3$ heeft nulpunten 1 en 3 en de grafiek van de functie bepaald door deze veelterm is een bergparabool. De ongelijkheid is dus voldaan voor $x\in\,]-\infty,1]\,\cup\,[3,+\infty[$.

20 De snijpunten vinden we door de vergelijking $f(x)=g(x)$ op te lossen. Deze vergelijking wordt na ontbinden in het linkerlid(gebruik merkwaardig produkt): $(x-2)(x+8)=x+8$ of $(x-2)(x+8)-(x+8)=0$ of $(x+8)(x-3)=0$. de oplossingen zijn dus $x=-8$ en $x=3$. De functies hebben 2 verschillende punten gemeen.

21 De bestaansvoorwaarde is $x\neq -3$. Op gelijke noemer $(2(x+3))$ brengen en de tellers gelijk stellen geeft: $2x+6-5=6$ of dus $x=\frac{5}{2}$. Deze oplossing is niet in strijd met de bestaansvoorwaarde, de vergelijking heeft 1 oplossing.

22 Omdat de veelterm deelbaar is door $(x+2)(x+1)$ zijn $x=-2$ en $x=-1$ nulpunten van $p(x)$, dus, $p(-2)=p(-1)=0$. Omdat $p(0)=-42$ is C correct.

23 Werk eerst de deler uit: $(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$. Via het schema van de euclidische deling vinden we dan snel dat: $x^3-3x^2+3x-1=(x^3+3x^2+3x+1)\cdot 1-6x^2-2$, de rest is dus $-6x^2-2$.

24 $h(1)=f(g(1))$. Nu is $g(1)=\sqrt{f(1)}=\sqrt{2}$ en dus is $h(1)=f(\sqrt{2})=2+1=3$.

25 $\log(xy^2)=\log x+\log y^2=\log x+2\log y=2+2\cdot 4=10$.

26 De robot doet het volgende: A1 - B1 - B1 - B2 - B3 - B3 - A3 - A3 - **A2** - A2 - B2 - C2 - D2 - D2 - D2 - C2 - B2 - A2 **A2** - A2 - B2 - C2 - D2 - D2 - D2 - C2 - B2 - A2 - .... Je ziet dat de robot na 8 minuten telkens in een loop van 10 minuten komt. Dus na 998 minuten $(8 + 99 \cdot 10)$ zal de robot opnieuw starten aan een loop. Op minuut 999 staat de robot nog op positie A2 en op minuut 1000 op positie B2.

27 Noem x het huidige bedrag van Kai en y het bedrag van Cynthia. De voorwaarden uitdrukken geeft dan: $x+10 = 2(y-10)$ en $y+15 = 3(x-15)$. Vereenvoudigen geeft: $x = 2y-30$ en $y = 3x-60$. Substitutie van de 2de vergelijking in de 1ste geeft $x = 6x - 120 - 30$ of dus $x = 30$, dit in de 2de vergelijking substitueren geeft $y = 30$. Beide hebben dus evenveel euro's, het verschil is 0 euro.

28 gepast samennemen van termen, $sin(\pi/2) = 1$ gebruiken en toepassen van de grondformule geeft het resultaat

29 Neem de zijde OA als basis van de driehoek, omdat deze zijde op de $x-as$ ligt is de hoogte van de driehoek dan gewoon de y-coordinaat van het punt B (maak desnoods een schets). De oppervlakte van de driehoek is dus $Opp = \dfrac{basis \cdot hoogte}{2} = \dfrac{2 \cdot 6}{2} = 6$.

30 De omtrek is gegeven door $2h + 2r + \pi r$. Dit gelijkstellen aan 10 en oplossen naar h geeft: $2h = 10 - 2r - \pi r$. De uitdrukking voor de oppervlakte is: $2hr + \frac{\pi}{2}r^2$. Vervangen we hierin $2h$ door de bovenstaande uitdrukking dan bekomen we na vereenvoudiging voor de oppervlakte: $10r - \frac{4+\pi}{2}r^2$, antwoord C.

31 De functie heeft een nulpunt bij $x = -3$ met tekenwisseling en een nulpunt(raakpunt) bij $x = 2$ zonder tekenwisseling. In de teller moet dus $(x + 3)(x - 2)^2$ staan. Er is een VA bij $x = 0$ met tekenwisseling in de functiewaarden dus oneven macht van x in de noemer, er is een VA bij $x = 3$ zonder tekenwisseling dus even macht van $x - 3$ in de noemer. De noemer is dus $x(x - 3)^2$. Oplossing D.

32 De discrimant van de teller is $D = 64 - 80 = -16 < 0$ dus heeft de functie geen nulpunten. Het domein van de functie is $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Als $x = 0$ is $f(0) = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$, de functie heeft dus wel een snijpunt met de y-as De ongelijkheid $f(x) - 2 > 0$ herleidt tot $\frac{2}{x^2+4x+4} = \frac{2}{(x+2)^2} > 0$ en dit is steeds voldaan. Dus is uitspraak A is correct.

33 Op 1 januari 2020 ($t = 0$) waren er 2.8 miljoen inwoners, dus $f(0) = 2.8$.
Eén jaar later neemt de bevolking af met 1% d.i. met 0.028 miljoen inwoners, dus $f(1) = 2.8 - 0.028$ dit kan ook geschreven worden als $f(1) = 2.8 - 0.01 \cdot 2.8$ of $f(1) = 2.8 \cdot (1 - 0.01) = 2.8 \cdot 0.99$.
Twee jaar later neemt opnieuw de bevolking af met 1% d.i. $0.01 \cdot (2.8 - 0.028)$. Daaruit volgt $f(2) = 2.8 \cdot 0.99 \cdot (1 - 0.01) = 2.8 \cdot 0.99^2$.
Zo komt men na t jaren tot de functie: $f(t) = 2.8 \cdot 0.99^t$.

34 De tweede en derde voorwaarde zijn steeds voldaan voor de functie f als $a \neq d$. Het stijgend zijn kunnen we onder andere nagaan via de 1ste afgeleide, $f'(x) = \dfrac{(x-d)-(x-a)}{(x-d)^2} = \dfrac{a-d}{(x-d)^2}$. Deze is overal positief als $a > d$.

35 We passen de kettingregel toe: $f'(x) = 2(3x^2 + 5)(3x^2 + 5)' = 2(3x^2 + 5)(6x) = 12x(3x^2 + 5)$

36 Bereken $f'(x) = 2x - 4$. Omdat de raaklijn evenwijdig moet zijn met de rechte PQ moet de rico van de raaklijn gelijk zijn aan de rico van deze rechte nl. $\frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{5-2}{3} = 1$. $f'(x) = 1$ oplossen geeft $x_0 = 5/2$, antwoord C.

37 De afgeleiden van $\sin(x)$ herhalen zich na elke 4 keer. Toegepast op de functie krijgen we hier $(\sin(2x))^{(156)} = 2^{156}\sin(2x)$ en $(\sin(2x))^{(157)} = 2^{157}\cos(2x)$. Na invullen van $x = \frac{\pi}{8}$ krijgen we voor dit laatste $2^{156}\sqrt{2}$.

38 De integraal van een functie tussen twee grenzen stelt de georiënteerde oppervlakte voor, dit wil zeggen, waar de functie negatief is, is deze negatief en waar de functie positief is, is deze positief. De fysieke oppervlakte van het gebied wordt dus gegeven door antwoordmogelijkheid B.

39 Uitwerken van de bepaalde integraal geeft: $a[x - \frac{x^3}{3}]_{-1}^{1} = 2a(1 - \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}a$; Als we dit gelijk stellen aan 1 en oplossen naar a krijgen we: $a = \frac{3}{4}$.

40 Alle grafieken liggen boven de $x-as$ rechts van 3. Uit de tabel van $f'(x)$ volgt dat de functie stijgt tussen 0 en 2, daalt tussen 2 en 3 en een maximum bij $x = 2$. Dit geldt voor grafiek (B) en (D). De gegevens over $f"(x)$ impliceren dat de functie bol is links van 0 en hol rechts van 3. Enkel grafiek (B) voldoet hier ook aan.