Verbetersleutel HW

11 B

12 A

13 C

14 B

15 D

16 B

17 B

18 C

19 C

20 D

21 D

22 B

23 C

24 A

25 C

26 A

27 B

28 B

29 C

30 A

31 D

32 C

33 D

34 A

35 A

36 B

37 B

38 B

39 B

40 B

Oplossingen

11 $\dfrac{2}{2-x}+\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{-2}{x-2}+\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{-2+x+2}{x-2}=\dfrac{x}{x-2}$

12 $\dfrac{14^{-6}\cdot 7^7}{2^{-3}}=\dfrac{7^7\cdot 2^3}{(2\cdot 7)^6}=\dfrac{7^7\cdot 2^3}{2^6\cdot 7^6}=\dfrac{7}{2^3}=\dfrac{7}{8}$

13 De rechte l heeft hetzelfde snijpunt als de rechte r met de $x-as$ nl. $-b/a$, het snijpunt met de $y-as$ ligt half zo hoog. De rico van de rechte l is dus ook de helft van die van r. De vergelijking van de rechte l is dus $y=\dfrac{a}{2}x+\dfrac{b}{2}$, antwoord C.

14 Het voorschrift van een tweedegraadsfunctie met top $(1,4)$ is $f(x)=a(x-1)^2+4$. Uitdrukken dat het punt $(3,0)$ tot deze functie behoort, $0=4a+4$ dus $a=-1$. Het voorschrift is dus $f(x)=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$.

15 Een afname van x met $400\,\%$ is $x-\dfrac{400}{100}x=x-4x=-3x$.

16 $\Big|\,|-1+5|-|-5-1|\,\Big|=||4|-|-6||=|4-6|=|-2|=2$.

17 Hier wordt het merkwaardig product $(m-n)(m+n)=m^2-n^2$ toegepast (kan je ook vinden via distributiviteit: $(m-n)(m+n)=m^2+mn-nm-n^2$). Hier is $m=a^2x$ en $n=by^2$ en zo komen we tot de oplossing: $a^4x^2-b^2y^4=(a^2x+by^2)(a^2x-by^2)$

18 De vergelijking van de rechte l is $y-5=\dfrac{8-5}{7-4}(x-4)$ of dus $y=x+1$. Enkel het punt $(11,13)$ voldoet niet aan deze vergelijking.

19 Op 1 januari 2020 ($t=0$) waren er 2.8 miljoen inwoners, dus $f(0)=2.8$.
Eén jaar later neemt de bevolking af met 1% d.i. met 0.028 miljoen inwoners, dus $f(1)=2.8-0.028$ dit kan ook geschreven worden als $f(1)=2.8-0.01\cdot 2.8$ of $f(1)=2.8\cdot(1-0.01)=2.8\cdot 0.99$.
Twee jaar later neemt opnieuw de bevolking af met 1% d.i. $0.01\cdot(2.8-0.028)$. Daaruit volgt $f(2)=2.8\cdot 0.99\cdot(1-0.01)=2.8\cdot 0.99^2$.
Zo komt men na t jaren tot de functie: $f(t)=2.8\cdot 0.99^t$.

20 De rechthoek heeft rechthoekszijden met lengte 10 en x en schuine zijde, de onbekende zijde die gezocht wordt is een rechthoekige driehoek. Hierdoor kunnen we de Stelling van Pythagoras toepassen: $10^2+x^2=z^2$ met z de onbekende lengte. Daaruit volgt het antwoord: $z=\sqrt{10^2+x^2}=\sqrt{x^2+100}$.

21 Om de breuk te vereenvoudigen, kan je de teller en noemer ontbinden. De teller heeft twee nulpunten dus kan ontbonden worden als volgt: $x^2-4x-2=\left(x-\dfrac{4-\sqrt{24}}{2}\right)\left(x-\dfrac{4+\sqrt{24}}{2}\right)$. De noemer is gelijk aan $(x-2)^2$. Aangezien teller en noemer niet dezelfde factor hebben in hun ontbinding, is deze breuk niet te vereenvoudigen. Dus het antwoord is "geen van vorige".
Als je dacht de termen te schrappen in teller en noemer (vb x^2 en/of $-4x$), dit mag niet aangezien dit een som (of verschil) is en dit enkel te vereenvoudigen is als dit een product was.

22 Neem de zijde OA als basis van de driehoek, omdat deze zijde op de $x-as$ ligt is de hoogte van de driehoek dan gewoon de y-coordinaat van het punt B (maak desnoods een schets). De oppervlakte van de driehoek is dus $Opp=\dfrac{basis\cdot hoogte}{2}=\dfrac{2\cdot 6}{2}=6$.

23 Bereken voor elk taxibedrijf de kost voor 20 km.

- Taxi Nancy: $3 + 0.75 \cdot 20 = 18$,
- Taxi Lef: $4 + 0.65 \cdot 20 = 17$,
- Taxi Thuis: $5 + 0.6 \cdot 20 = 17$.

Hieruit volgt dat de kost voor Taxi Lef en Taxi Thuis gelijk zijn, nl. aan 17 euro.

24 Het gemiddelde van 10 getallen is 7. Het gemiddelde van de nieuwe 10 getallen is 14, nl. de verdubbeling. In het totaal zijn er dan 20 getallen. Het nieuwe gemiddelde berekenen we dan als volgt:

$$\frac{10 \cdot 7 + 10 \cdot 14}{20} = 10.5$$

25 De inhoud van de grote bol is gelijk aan $I_g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$. Terwijl de inhoud van de kleine bol gelijk is aan $I_k = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^3$. Dit is gelijk aan $I_k = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{r^3}{8}$. Hieruit volgt dat $I_k = I_g/8$, dus de inhoud is 8 keer kleiner.

26 We onderzoeken waar de functiewaarde $f(x)$ naar toe gaat als x naar 0 gaat. We bekijken zowel de linkerlimiet als de rechterlimiet om de limiet te bepalen. Langs links zien we dat we als x van $-\infty$ naar 0 gaat dat $f(x)$ van $+\infty$ naar 1 gaat. Langs rechts zien we dat we als x van $+\infty$ naar 0 gaat dat $f(x)$ van $-\infty$ naar 1 gaat. Hieruit besluiten we dat zowel de linkerlimiet als de rechterlimiet gelijk zijn aan 1 en dus dat de limiet $\lim_{x \to 0} f(x)$ gelijk is aan 1. De functiewaarde voor $x = 0$, $f(0) = 2$ doet er dus niet toe.

27 De ongelijkheid is equivalent met $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$. De kwadratische veelterm $-x^2 + 4x - 3$ heeft nulpunten 1 en 3 en de grafiek van de functie bepaald door deze veelterm is een bergparabool. De ongelijkheid is dus voldaan voor $x \in]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$.

28 We weten dat $Q(-1) = Q(1) = 0$ aangezien dit twee nulwaarden zijn. Als we $x = 0$ invullen, bekomen we $Q(0) = 10$, dit is een positief getal, dus groter dan 0, dus groter dan $Q(-1)$ of $Q(1)$. Daarom $Q(0) > Q(1)$.

29 Het domein van een functie f is de verzameling van alle toegelaten invoerwaarden en dus x-waarden van de functie. In dit voorbeeld zijn alle reële waarden mogelijk daarom $]-\infty, +\infty[$.
Het beeld van een functie f (ook bereik van f genoemd) is de verzameling van alle effectieve outputs van de functie, dus alle bereikte functiewaarden. In dit voorbeeld worden alle functiewaarden gelijk aan -1 en hoger bereikt, daarom $[-1, +\infty[$.

30 Noem x het huidige bedrag van Kai en y het bedrag van Cynthia. De voorwaarden uitdrukken geeft dan: $x + 10 = 2(y - 10)$ en $y + 15 = 3(x - 15)$. Vereenvoudigen geeft: $x = 2y - 30$ en $y = 3x - 60$. Substitutie van de 2de vergelijking in de 1ste geeft $x = 6x - 120 - 30$ of dus $x = 30$, dit in de 2de vergelijking substitueren geeft $y = 30$. Beide hebben dus evenveel euro's, het verschil is 0 euro.

31 Bij rechten die loodrecht op elkaar staan, is het product van de richtingscoëfficiënten gelijk aan -1. Om de richtingscoëfficiënten te kunnen bepalen herschrijven we de vergelijkingen van de rechten als volgt:

- $3x + ky = k \Leftrightarrow y = \dfrac{-3}{k}x + 1$ dus rico$=\dfrac{-3}{k}$
- $x - y = k - 2 \Leftrightarrow y = x - k + 2$ dus rico$=1$

Het product hiervan gelijk stellen aan -1 en zo komt men aan de oplossing: $\dfrac{-3}{k} \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow k = \dfrac{-3}{-1} = 3$

32 De vergelijking van een cirkel met middelpunt (x_M, y_M) en straal R is $(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = R^2$. De getekende cirkel heeft middelpunt $(2, -1)$ en straal 3 met vergelijking $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 = 3^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$.

33 We herschrijven de opgave door alles aan een kant te brengen:

$$(x - 7)(-2x^2 + x + 3) = 0$$

We zien meteen al dat $x = 7$ een oplossing is. De discriminant van de tweedegraadsvergelijking is $D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = 25 > 0$, en bijgevolg heeft de tweedegraadsvergelijking ook nog twee reële oplossingen, nl. $x = -1$ en $x = \dfrac{3}{2}$. Er zijn in totaal dus 3 verschillende oplossingen. (Je kan ook eenvoudig nagaan dat $x = 7$ geen oplossing is van de tweedegraadsvergelijking).

34 De omtrek is gegeven door de som van

- de rechte zijkanten $(2h)$
- de onderkant $2r$
- de bovenkant, omtrek van de boog, een halve cirkel $\dfrac{2r\pi}{2} = r\pi$

Dit geeft $2h + 2r + \pi r = 2\left(h + r + \dfrac{\pi r}{2}\right)$.

35 $\log(xy^2) = \log x + \log y^2 = \log x + 2\log y = 2 + 2 \cdot 4 = 10$.

36 Om de maximale oppervlakte te vinden, wordt eerst het voorschrift van de oppervlakte opgesteld. Zo is de breedte van de rechthoek x en de hoogte de y-coördinaat van dit punt op de rechte, dus $18 - 0.6x$. De oppervlakte is dan gelijk aan $x \cdot (18 - 0.6x) = 18x - 0.6x^2$. Dit is een tweedegraadsvergelijking, de grafiek is een bergparabool. De maximale waarde kan gevonden worden voor x kan gevonden worden via de formule van de top: $\dfrac{-b}{2a}$. Zo vind je dat $x = \dfrac{-18}{-1.2} = 15$. De hoogte is dan gelijk aan $18 - 0.6 \cdot 15 = 9$. Zo bekomt men een maximale oppervlakte van 135.

37 Eerst de vraagfunctie omzetten naar p: $p = \dfrac{9}{q} - 2$ Dan invullen in de winstfunctie: nl. prijs x hoeveelheid - kosten: $W(q) = p \cdot q - K(q) = \left(\dfrac{9}{q} - 2\right) q - (0.5q + 1.5) = 9 - 2q - 0.5q - 1.5 = -2.5q + 7.5$.

38 De robot doet het volgende: A1 - B1 - B1 - B2 - B3 - B3 - A3 - A3 - **A2** - A2 - B2 - C2 - D2 - D2 - D2 - C2 - B2 - A2 **A2** - A2 - B2 - C2 - D2 - D2 - D2 - C2 - B2 - A2 - .... Je ziet dat de robot na 8 minuten telkens in een loop van 10 minuten komt. Dus na 998 minuten $(8 + 99 \cdot 10)$ zal de robot opnieuw starten aan een loop. Op minuut 999 staat de robot nog op positie A2 en op minuut 1000 op positie B2.

39 Bepaal voor elke functie de afgeleide en nadien de afgeleide in het punt $x = 2$:

- $f'(x) = 6x + 3 \Rightarrow f'(2) = 6 \cdot 2 + 3 = 15$
- $g'(x) = \dfrac{3x^2}{3} + 2 \Rightarrow g'(2) = 2^2 + 2 = 6$
- $h'(x) = 3x^2 + 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 3 = 15$

Enkel de functies f en h hebben dezelfde waarde voor de afgeleide in het punt $x = 2$, nl. 15.

40 De integraal van een functie tussen twee grenzen stelt de georiënteerde oppervlakte voor, dit wil zeggen, waar de functie negatief is, is deze negatief en waar de functie positief is, is deze positief. De fysieke oppervlakte van het gebied wordt dus gegeven door antwoordmogelijkheid B.